

3.2.7. Lösen von Bruchgleichungen

► Bei Bruchgleichungen befindet sich die Variable im Nenner.

$$\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{x^2}{x^2-1}$$

(1) Betrachtungen zum Definitionsbereich (Nenner darf nicht Null sein.)

$$\begin{array}{ccc} x-1 \neq 0 & x+1 \neq 0 & x^2-1 \neq 0 \\ x \neq 1 & x \neq -1 & x \neq 1 \\ & & x \neq -1 \end{array}$$

(2) Lösen der Bruchgleichung durch Multiplikation mit dem Hauptnenner

$$\begin{aligned} \frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} &= \frac{x^2}{x^2-1} && | \cdot (x^2-1) \\ \frac{(x+1)(x+1)(x-1)}{x-1} - \frac{(x-1)(x+1)(x-1)}{x+1} &= \frac{x^2(x^2-1)}{x^2-1} \\ (x+1)^2 - (x-1)^2 &= x^2 \\ x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1 &= x^2 && | -x^2 \\ -x^2 + 4x &= 0 && | : (-1) \\ x^2 - 4x &= 0 \\ x(x-4) &= 0 \\ x_1 &= 0 \\ x_2 &= 4 \end{aligned}$$

(3) Kontrolle / Überprüfung des Definitionsbereiches

$$\begin{aligned} \frac{0+1}{0-1} - \frac{0-1}{0+1} &= \frac{0^2}{0^2-1} \\ -1 - (-1) &= 0 \end{aligned}$$

$$\frac{4+1}{4-1} - \frac{4-1}{4+1} = \frac{4^2}{4^2-1}$$

$$\frac{5}{3} - \frac{3}{5} = \frac{16}{15}$$

(4) Angabe der Lösungsmenge

$$L = \{0; 4\}$$