3.2.3. Lösen quadratischer Gleichungen

(1) Umformen in die Normalform

$$(x-4)^2-5=1$$
$$x^2-8x+16-5=1 \qquad | -1$$
$$x^2-8x+10=0$$

(2) Ansetzen der Lösungsformel

$$x_{1/2}=-\frac{(-8)}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{(-8)}{2}\right)^2-10}$$
$$x_{1/2}=4\pm\sqrt{16-10}$$
$$x_{1/2}=4\pm\sqrt{6}$$
$$x_{1/2}=4\pm 2{,}45$$
$$x_1=6{,}45$$
$$x_2=1{,}55$$

(3) Kontrolle

x_1: $(6{,}45-4)^2-5=1$

$2{,}45^2-5=1$

$6{,}0025-5=1$

$1{,}0025\approx 1$

x_2: $(1{,}55-4)^2-5=1$

$(-2{,}45)^2-5=1$

$6{,}0025-5=1$

$1{,}0025\approx 1$

(4) Angabe der Lösungsmenge $\underline{\underline{L=\{\,1{,}55\,;\,6{,}45\,\}}}$

Einige Sonderfälle quadratischer Gleichungen kann man auch schneller lösen.

Fall 1: p = 0 $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$ $x_{1/2}=\pm\sqrt{-q}$

Beispiel: $x^2-4=0$ $x^2=4$ $x_1=-2$ $x_2=2$

Fall 2: q = 0 $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$ $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2}$ $x_1=0$

$x_2=-p$

Beispiel: $x^2-4x=0$ $x\,(x-4)=0$ $x_1=0$ $x_2=4$

Ein Produkt ist gleich Null, wenn mindestens einer der beiden Faktoren gleich Null ist.

Fall 3: Die Gleichung ist in der NULLSTELLENFORM gegeben.

$(x+a)\,(x+b)=0$ $x_1=-a$ $x_2=-b$

Beispiel: $(x+3)\,(x-4)=0$ $x_1=-3$ $x_2=4$