

2.1.4. Einfache arithmetische Beweise

Beweise müssen in der Mathematik allgemeingültig (also nicht an konkreten Zahlenbeispielen) durchgeführt werden. Dabei ist es sinnvoll, Variablen einzusetzen.

Beispiele:

eine natürliche Zahl	n
eine gerade Zahl	$2n$
eine ungerade Zahl	$2n + 1$
eine durch 5 teilbare Zahl	$5n$
zwei aufeinanderfolgende Zahlen	$n ; n + 1$

Wir probieren:

Addiere drei aufeinanderfolgende Zahlen!

$$3 + 4 + 5 = 12 \quad 10 + 11 + 12 = 33 \quad 98 + 99 + 100 = 297$$

Diese Ergebnisse sind alle durch drei teilbar.

Wir vermuten:

Die Summe dreier aufeinanderfolgender Zahlen ist stets durch 3 teilbar.

Wir formulieren um:

Wenn a , b , und c drei aufeinanderfolgende Zahlen sind, dann ist deren Summe durch 3 teilbar.

Wir beweisen:

Voraussetzung:

$$a = n$$

$$b = n + 1$$

$$c = n + 2$$

Behauptung:

$$3 \mid a + b + c$$

Beweis:

$$(1) s = a + b + c$$

$$(2) s = n + n + 1 + n + 2$$

$$(3) s = 3n + 3$$

$$(4) s = 3(n + 1)$$

$$(5) 3 \mid s$$

Voraussetzung

Voraussetzung

Zusammenfassen

Ausklammern

Teilerdefinition

q.e.d