2.3.2. Äquivalenz von Masse und Energie

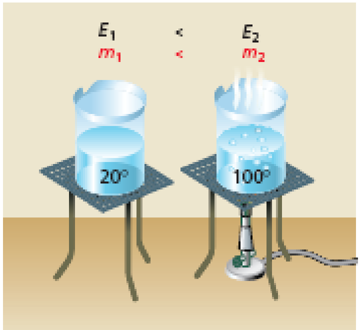
Albert Einstein stellte 1905 in einem seiner Werke fest:

„Die Masse eines Körpers ist ein Maß für dessen Energiegehalt.“.

Er traf dort die fundamentale Feststellung:

- **Die Gesamtenergie eines Körpers und seine dynamische Masse sind zueinander proportional. Masse und Energie sind äquivalent. Es gilt:**
  $E = m \cdot c^2$

  - In jedem abgeschlossenen System ist die Erhaltung der Energie gleichbedeutend mit der Erhaltung der Masse. In relativistischer Betrachtungsweise umfasst somit der allgemeine Energieerhaltungssatz den Satz von der Erhaltung der Masse.
  - Der Zusammenhang zwischen Energie und Masse ist nicht auf mechanische Vorgänge beschränkt, sondern gilt für beliebige Vorgänge in der Makrophysik und in der Mikrophysik.



Wird z. B. 1 Liter Wasser von 20 °C auf 100 °C erhitzt, so muss ihm eine Energie von 335 kJ zugeführt werden. Das entspricht einer Masse von $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = 3{,}7 \cdot 10^{-12}\,\text{kg}$.

Im Alltag spielen solche Betrachtungen keine Rolle.

Auf der Sonne verschmelzen Wasserstoffkerne zu Heliumkernen. Der Massendefekt beträgt hierbei 4,3 Millionen Tonnen pro Sekunde. Das entspricht einer Energie von 3,85 $\cdot 10^{26}$ J.

- **Ein ruhender Körper mit bestimmter Masse besitzt aufgrund der Beziehung $E = m \cdot c^2$ eine bestimmte Energie. Analog zur Ruhemasse m_0 wird diese Energie als Ruheenergie bezeichnet. Es gilt:**

  $E_0 = m_0 \cdot c^2$
- **Ein bewegter Körper verändert mit der Geschwindigkeit seine Masse und damit seine Energie. Der Energiezuwachs beträgt $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$. Die relativistische kinetische Energie ergibt sich dann als:**

$$E_{kin} = (m - m_0)c^2 = m_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

- **In der speziellen Relativitätstheorie ist zu unterscheiden zwischen der Ruheenergie $E_0 = m_0 \cdot c^2$, der relativistischen kinetischen Energie $E_{kin} = (m - m_0) \cdot c^2$ und der Gesamtenergie**
  $E = E_0 + E_{kin} = m \cdot c^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot c^2$.

Wie groß ist die Gesamtenergie eines Elektrons, das sich mit 90 % der Lichtgeschwindigkeit bewegt? Wie groß ist der Anteil der kinetischen Energie?

Analyse:
Bei der angegebenen Geschwindigkeit muss eine relativistische Betrachtungsweise erfolgen. Es müssen Ruheenergie und relativistische kinetische Energie einbezogen werden.

gesucht: E
gegeben: $m_0 = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg
$c = 3 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s^{-1}
$v = 2{,}7\ 250\ 10^8$ m $\cdot$ s^{-1}

Lösung:

$$E = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot c^2$$

$$E = \frac{9{,}109 \cdot kg \cdot \left(3 \cdot 10^8\right)^2 m^2}{10^{31} \cdot s^2 \cdot \sqrt{1-\left(\frac{2{,}7 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8}\right)}}$$

$$E = 1{,}88 \cdot 10^{-13}\,J$$

Der Anteil der kinetischen Energie ergibt sich als Differenz von Gesamtenergie und Ruheenergie.

$$E_0 = m_0 \cdot c^2$$

$$E_0 = 9{,}109 \cdot 10^{-31} kg \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}\right)^2$$

$$E_0 = 8{,}2 \cdot 10^{-14}\,J$$

Damit hat die kinetische Energie einen Wert von $10{,}6 \cdot 10^{-14}\,J$.