

4.2.5. Der Kosinussatz

Die Höhe h_a unterteilt das Dreieck ABC in zwei rechtwinklige Teildreiecke. Nach dem Satz des Pythagoras gilt:

$$h_a^2 = c^2 - a_1^2$$

$$h_a^2 = b^2 - a_2^2$$

Diese Gleichungen werden gleichgesetzt:

$$c^2 - a_1^2 = b^2 - a_2^2$$

$$| +a_1^2$$

$$c^2 = b^2 - a_2^2 + a_1^2$$

$$a_1 = a - a_2$$

$$c^2 = b^2 - a_2^2 + (a - a_2)^2$$

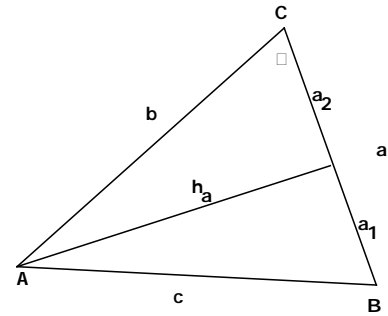
$$c^2 = b^2 - a_2^2 + a^2 - 2aa_2 + a_2^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2aa_2$$

$$\cos \gamma = \frac{a_2}{b}$$

$$a_2 = b \cdot \cos \gamma$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$



SATZ: (Kosinussatz)

In jedem Dreieck ist Quadrat über einer Seite gleich der Summe der Quadrate der beiden anderen Seiten, vermindert um das doppelte Produkt dieser beiden Seiten und dem Cosinus des eingeschlossenen Winkels.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$