5.4.5. Der Satz des Pythagoras

Wir kennen schon die Gleichungen nach dem Kathetensatz:

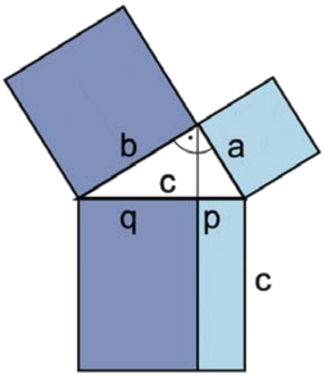
$I \quad a^2 = p \cdot c \qquad\qquad\qquad II \quad b^2 = q \cdot c$

Gleichungen kann man addieren:

$$\begin{aligned} I+II \quad a^2+b^2 &= p\cdot c + q\cdot c && |\,ausklammern \\ a^2+b^2 &= c\cdot(p+q) && |\,c=p+q \\ a^2+b^2 &= c\cdot c \\ a^2+b^2 &= c^2 \end{aligned}$$

SATZ: Satz des PYTHAGORAS

In jedem rechtwinkligen Dreieck ist der Flächeninhalt der beiden Quadrate über den Katheten zusammen genau so groß wie der Flächeninhalt des Quadrates über der Hypotenuse.



- **Die Umkehrung des Satzes ist eine wahre Aussage.**

Beispiel:
ges: b, p, q, h
geg: a = 4,0 cm
c = 6,0 cm
Lösung:

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2+b^2 && |-a^2 \\ b^2 &= c^2-a^2 && |\sqrt{\ } \\ b &= \sqrt{c^2-a^2} \\ b &= \sqrt{(6{,}0cm)^2-(4{,}0cm)^2} \\ b &= 3{,}0cm \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 &= p\cdot c && |:c \\ p &= \frac{a^2}{c} \\ p &= \frac{(4{,}0cm)^2}{6{,}0cm} \\ p &= 2{,}7cm \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c &= p+q && |-p \\ q &= c-p \\ q &= 6{,}0cm-2{,}7cm \\ q &= 3{,}3cm \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h^2 &= p\cdot q && |\sqrt{\ } \\ h &= \sqrt{p\cdot q} \\ a &= \sqrt{2{,}7cm\cdot 3{,}3cm} \\ a &= 3{,}0cm \end{aligned}$$