

2.9.2. Spiegelungen im Raum

Der Punkt P (2|1|3) wird an den Koordinatenebenen gespiegelt.

	Bildpunkt	Gleichungssystem	Abbildungsmatrix
an der x-y-Ebene	P'(2 1 -3)	$x' = 1x + 0y + 0z$ $y' = 0x + 1y + 0z$ $z' = 0x + 0y - 1z$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
an der x-z-Ebene	P'(2 -1 3)	$x' = 1x + 0y + 0z$ $y' = 0x - 1y + 0z$ $z' = 0x + 0y + 1z$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
an der y-z-Ebene	P'(-2 1 3)	$x' = -1x + 0y + 0z$ $y' = 0x + 1y + 0z$ $z' = 0x + 0y + 1z$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Führt man ein und dieselbe Spiegelung zweimal hintereinander aus, so gelangt man wieder zum Originalpunkt P

SATZ: Spiegelungsmatrizen sind zu sich selber invers.

Beispiel: $S = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$ ist eine Spiegelungsmatrix. Es ist

$$S \cdot S = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$