

2.2.4. Addieren und Subtrahieren von Vektoren

DEF: Zwei Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ werden komponentenweise addiert bzw. subtrahiert.

Man nennt den Vektor $\vec{s} = \vec{a} \pm \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \\ a_3 \pm b_3 \end{pmatrix}$ die Summe der Vektoren \vec{a} und \vec{b} .

SATZ: Gesetze der Vektoraddition

(1) Kommutativgesetz

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

(2) Assoziativgesetz

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$

(3) Nullvektoraddition

$$\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$$

(4) Gegenvektoraddition

$$\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$$

(5) Subtraktion

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

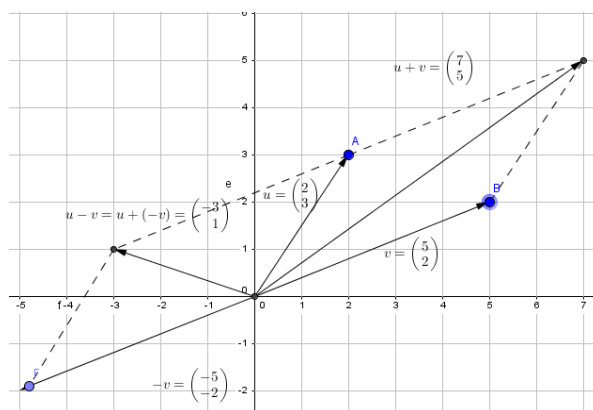
Geometrische Veranschaulichung:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 2+5 \\ 3+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} 2-5 \\ 3-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$



Mit Vektoren werden Verschiebungen beschrieben.

Dann ist $\vec{a} + \vec{b}$ die Nacheinanderausführung der Verschiebungen \vec{a} und \vec{b} .

► Die Addition von Vektoren kann auch als Addition von Matrizen interpretiert werden.