### 2.6.5. Lage zweier Ebenen zueinander (Variante 2)

*Wir rechnen mit zwei Parameterdarstellungen*

Gegeben sind

* die Ebene E1: 
* die Ebene E2: 
* die Ebene E3: 
* die Ebene E4 .

Wie liegen die Ebenen zueinander?

1. Ebene E1 und E2   
     
   E1 und E2 werden auf gemeinsame Punkte untersucht.   
     
     
   Daraus erhält man das Gleichungssystem   
   I 4 + 2 t1 – s1 = 1 + 2 t2 + 4 s2   
   II 4 + t1 = 2 + t2 + 2 s2   
   I 4 + 3 s1 = 3 + 2 t2 + s2   
     
   Dieses Gleichungssystem besitzt die Lösungen   
   t1 = –3 +  s2   
   s1 = –1   
   t2 = –1 –  s2.   
     
   Das Gleichungssystem hat unendlich viele Lösungen mit einem freien Parameter (s2). Die Ebenen schneiden sich. Die Schnittgerade kann mit E1 oder E2 ermittelt werden.   
     
   
2. Ebene E1 und E3   
     
   E1 und E3 werden auf gemeinsame Punkte untersucht.   
     
     
   Daraus erhält man das Gleichungssystem   
   I 4 + 2 t1 – s1 = 2 + t3 + 5 s3   
   II 4 + t1 = t3 + 2 s3   
   I 4 + 3 s1 = 3 + 3 t3 – 3 s3   
     
   Dieses Gleichungssystem besitzt keine Lösung. Die Ebenen sind echt parallel zueinander.
3. Ebene E1 und E4  
     
   E1 und E4 werden auf gemeinsame Punkte untersucht.  
     
     
   Daraus erhält man das Gleichungssystem  
   I 4 + 2 t1 – s1 = 2 + t4 + 5 s4  
   II 4 + t1 = t4 + 2 s4  
   I 4 + 3 s1 = –14 + 3 t4 – 3 s4  
     
   Dieses Gleichungssystem besitzt die Lösungen   
   t1 = –4 + t4 + 2 s4   
   s1 = –6 + t4 – s4  
     
   Es sind also zwei Parameter frei wählbar. Damit sind die Ebenen identisch.