### 2.5.3. Koordinatengleichung einer Ebene

Eine Ebene kann auch durch eine Gleichung der Form ax + by + cz = d (Koordinatengleichung) beschrieben werden.

Beispiel: Gegeben ist eine Ebene E mit . Diese hat die Normalengleichung  und die vereinfachte Normalengleichung .

Daraus ergibt sich mit  eine Koordinatengleichung der Ebene.

Aus dieser Koordinatengleichung lassen sich sehr schnell die Achsenabschnitte ermitteln.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Schnittpunkt mit |  |  |  |
| x- Achse | y = 0 z = 0 | 9x = 51 |  |
| y-Achse | x = 0 z = 0 | 6y = 51 |  |
| z-Achse | x = 0 y = o | 11z = 51 |  |

SATZ: Eine Ebene habe im Koordinatensystem die Gleichung ax + by + cz = d   
(1) Der Vektor  ist ein Normalenvektor der Ebene.   
(2) Die Ebene hat vom Ursprung den Abstand .   
(3) Die Ebene schneidet die Koordinatenachsen in den Spurpunkten A1 (|0|0), A2 (0||0) und A3 (0|0|)

***Von der Parameterdarstellung zur Koordinatendarstellung von Ebenen***

Gegeben ist eine Ebene E: 

Es soll die Koordinatendarstellung gefunden werden.

*1. Berechnen des Normalenvektors:*



Der Vektor  ist also senkrecht zur Ebene E.

*2. Berechnen von d und Angabe der Ebenengleichung*

In die Gleichung  gibt man nun einen beliebigen Punkt der Ebene (z.B. A (1|1|1) ein.



Damit ist  eine Koordinatengleichung der Ebene.

***Von der Koordinatendarstellung zur Parameterdarstellung von Ebenen***

Gegeben ist eine Ebene E: 

Es soll die Parameterdarstellung gefunden werden.

*1. Berechnen eines Punktes der Ebene:*

Man wählt zwei Koordinaten beliebig und berechnet aus der Koordinatendarstellung die dritte Koordinate:

x = 0; z =0

Damit ergibt sich y = 3

*2. Ermitteln der Spannvektoren*

Die Spannvektoren der Ebene sind senkrecht zum Normalenvektor. Es gilt also

 und 

Man kann zwei Koordinaten von  und  frei wählen. Setzt man dabei verschiedene Koordinaten gleich Null, sind die beiden Vektoren auf keinen Fall parallel.

ux = 0; uy = 1 vx = 1; vy = 0

🡺 uz = 3 🡺 vz = 7

Damit ist  eine Parameterdarstellung der Ebene.