### 2.5.2. Normalengleichung einer Ebene

Eine Ebene ist auch eindeutig gekennzeichnet durch einen beliebigen Punkt und einen Vektor senkrecht zur Ebene (Normalenvektor).

Eine Ebene E kann in der Normalenform  dargestellt werden. Dabei ist  der Stützvektor eines beliebigen Punktes der Ebene und  ein Normalenvektor.

Beispiel: Gegeben ist eine Ebene E mit . Daraus soll eine Normalengleichung aufgestellt werden.

1. Auf der Ebene liegt der Punkt A (2|0|3) mit dem Stützvektor .
2. Ein Normalenvektor kann über das Kreuzprodukt aus den beiden Richtungsvektoren der Ebene gebildet werden.   
   
3. Eine Normalengleichung der Ebene ist also   
   
4. Durch Ausmultiplizieren kann man auch die vereinfachte Normalenform bilden   
   

Berechnet man den Normalenvektor so, dass sein Betrag gleich 1 ist, entsteht die HESSESCHE NORMALENFORM.

1. Berechnung des Betrages   
   
2. Berechnung des Normaleneinheitsvektors   
   
3. Angabe der Ebenengleichung in der Hesseschen Normalenform   
   

Umgekehrt lässt sich aus der Normalenform auch eine Parametergleichung aufstellen.

1. Auf der Ebene  liegt der Punkt A (2|0|3) mit dem Stützvektor .
2. Gesucht sind zwei Richtungsvektoren, die senkrecht auf dem Normalenvektor stehen. Es gilt also  und .   
       
   Die zu lösenden Gleichungssysteme sind unterbestimmt. Es lässt sich also jeweils eine Komponente frei wählen. Setzt man in  und  verschiedene Komponenten gleich null, sind die entstehenden Richtungsvektoren der Ebene nicht kollinear.   
   Lösungen sind also z.B.  und .
3. Man erhält als mögliche Ebenengleichung   
   