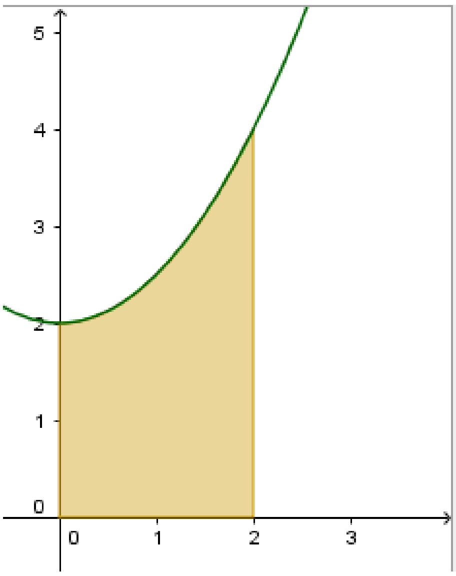
1.1.2. Flächeninhaltsfunktionen

Die Bestimmung von Flächeninhaltsfunktionen über Unter- und Obersummen mit anschließender Grenzwertbildung ist sehr aufwändig.

In unserem Beispiel aus 1.1.1. zeigt sich aber auch folgender Zusammenhang:

$f(x) = x^2 \qquad A_O(x) = \frac{1}{3}x^3 \qquad A_O(x)' = f(x)$

Die Ableitung der Flächenfunktion ist gleich der Ausgangsfunktion. Dieser Zusammenhang ist allgemeingültig.



Beispiel 1:

Für die Funktion $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2$ soll die Fläche unter der Kurve im Intervall [0; 2] berechnet werden.

$A_O(x) = \frac{1}{6}x^3 + 2x$ ist eine Flächeninhaltsfunktion von f.

Es ist $A_O(2) = \frac{1}{6} \cdot 2^3 + 2 \cdot 2 = 5{,}33$ die gesuchte Fläche.

Beispiel 2:

Für die Funktion $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2$ soll die Fläche unter der Kurve im Intervall [1; 3] berechnet werden.

Das bisherige Verfahren kann aber nur für Intervalle [0; a] angewandt werden. Also greift man zu einem Trick:
Man berechnet die Fläche für das Intervall [0; 3] und subtrahiert davon die Fläche im Intervall [0; 1]

$A_O(x) = A_O(3) - A_O(1) = \frac{1}{6} \cdot 3^3 + 2 \cdot 3 - \left(\frac{1}{6} \cdot 1^3 + 2 \cdot 1\right) = 8{,}33$