## 1.5. Funktionenscharen

### 1.5.1. Ganzrationale Funktionenscharen

Eine Funktionenschar beinhaltet mindestens einen Parameter. Für jeden Wert dieses Parameters erhält man eine andere Funktion.

Gegeben ist eine Funktionenschar  mit a > 0.

***Symmetrie:***

Theorie:

nur gerade Exponenten 🡪 Achsensymmetrie: 
nur ungerade Exponenten 🡪 Punktsymmetrie: 

Die Funktion  ist nicht punktsymmetrisch zum Ursprung und nicht symmetrisch zur 2. Achse.

***Verhalten im Unendlichen***

Theorie:

Ganzrationale Funktionen verhalten sich im Unendlichen wie die Grundfunktion mit der höchsten Potenz.

 

***Schnittpunkte mit den Achsen:***

Theorie:

Schnittpunkt mit der y-Achse 🡪 x = 0

Alle ganzrationalen Funktionen ohne absolutes Glied verlaufen durch den Ursprung.



Theorie:

Schnittpunkt mit der x-Achse (Nullstellen) 🡪 

Lösungsmöglichkeiten:

kein absolutes Glied: x1 = 0, danach x ausklammern

biquadratisch: Substitutionsmethode und p-q-Formel



Die Funktionenschar hat eine doppelte Nullstelle bei x = –a (Funktion berührt an dieser Stelle die x-Achse 🡪 gleichzeitig Extremstelle).

***Extremwerte:***

Theorie:

notwendige Bedingung: 

hinreichende Bedingung 

Untersuchung der notwendigen Bedingung



Untersuchung der hinreichenden Bedingung



Bestimmen der y-Werte



Zusammenfassung Extrempunkte

Hochpunkt 

Tiefpunkt 

***Ortskurve der Extremwerte***

Mit verändertem Parameter a „wandert“ der Hochpunkt im Koordinatensystem. Dabei bildet die Menge der Hochpunkte eine Funktion. Diese nennt man die ORTSKURVE des Extrempunktes.

Es soll die Gleichung der Ortskurve bestimmt werden.

geg.: , also

  und 

Die Gleichung für den x-Wert wird nach a umgestellt und in die Gleichung für den y-Wert eingesetzt.

 

Die Ortskurve des Hochpunktes der Schar  hat die Gleichung .

***Wendepunkte:***

Theorie:

notwendige Bedingung: 

hinreichende Bedingung: 

Wendepunkt 🡪 stärkstes Gefälle bzw. größte Steigung

Untersuchung der notwendigen Bedingung



Untersuchung der hinreichenden Bedingung



Bestimmen der y-Werte



Zusammenfassung Wendepunkte



***Ortskurve der Wendepunkte***

Analog zu den Extremwerten wird in dieser Schar auch durch die Wendepunkte eine Ortslinie erzeugt.

geg.: , also

  und 

Die Gleichung für den x-Wert wird nach a umgestellt und in die Gleichung für den y-Wert eingesetzt.

 

***Wendetangente und Wendenormale***

Theorie:

In den Wendepunkten kann eine Tangente (Wendetangente) bzw. eine Funktion senkrecht zum Graphen (Wendenormale) gesucht sein.

Es handelt sich dabei im lineare Funktionen der Form .

Bestimmung der Wendetangente in 

Der Anstieg m ist gleich .



Der Achsenabschnitt kann aus dem Anstieg  und  bestimmt werden.



Damit hat die Wendetangente in die Gleichung .

Bestimmung der Wendenormale in 

Der Anstieg der Wendetangente ist gleich . Da die Normale senkrecht auf der Tangente steht, ist deren Anstieg gleich  .

Der Achsenabschnitt kann aus dem Anstieg  und  bestimmt werden.



Damit hat die Wendenormale in die Gleichung .

***Definitionsbereich:***

Alle ganzrationalen Funktionen haben den Definitionsbereich x ∈ R. Dies kann insbesondere bei Sachaufgaben eingeschränkt sein.

***Wertebereich:***

Beim Wertebereich müssen ggf. Hoch- und Tiefpunkte beachtet werden die den Wertebereich begrenzen können

***Stammfunktion und Flächenintegral:***

Dann ist eine Stammfunktion 

Soll jetzt die mit der x-Achse eingeschlossene Fläche berechnet werden, heißt das

