1.4.6. Weitere Aufgabenstellungen zu Funktionsuntersuchungen

In diesem Kapitel sollen einige Aufgabenstellungen zu Funktionsuntersuchungen besprochen werden, die häufig in Abschlussprüfungen gefordert werden.

Schnittpunkte von Funktionen

Theorie: Zum Berechnen von Schnittpunkten werden die Funktionsgleichungen gleichgesetzt und nach x aufgelöst.

$f(x)=e^x$ $\qquad\qquad$ $g(x)=3e^{-x}$

$$\begin{aligned} f(x)&=g(x)\\ e^x&=3e^{-x} &&\left|:e^{-x}\right.\\ e^{2x}&=3 &&\left|\ln\right.\\ 2x&=\ln 3 &&\left|:2\right.\\ x&=\frac{\ln 3}{2}\\ x&\approx 0{,}55 \end{aligned}$$

Der x-Wert wird in eine der Gleichungen eingesetzt und man erhält $y\approx 1{,}73$. Die Funktionen f und g schneiden sich also in S (0,55|1,73).

Funktionen „ohne Knick“

Theorie: Funktionen sollen „ohne Knick“ ineinander übergehen. Dies ist genau dann der Fall, wenn $f'(x)=g'(x)$ ist.

Die Funktion $f(x)=\frac{1}{2}x-1$ stellt den Verlauf einer Straße dar. Im Punkt P (2|0) soll tangential eine neue Straße beginnen, die parabelförmig zum Ort Q (0|–0,5) führt.

- Bestimmen des Anstieges von f im Punkt P

  $f'(x)=\frac{1}{2}$

  $f'(2)=\frac{1}{2}$

- Aufstellen der Parabelgleichung

  $p'(2)=\frac{1}{2}$

  $p(x)=ax^2+bx+c$

  $p'(x)=2ax+b$

  I $\quad\frac{1}{2}=4a+b$

  P liegt auf p

  $p(x)=ax^2+bx+c$

  II $\quad 0=4a+2b+c$

  Q liegt auf p

  $p(x)=ax^2+bx+c$

  III $\quad -0{,}5=c$

- Lösen des Gleichungssystems

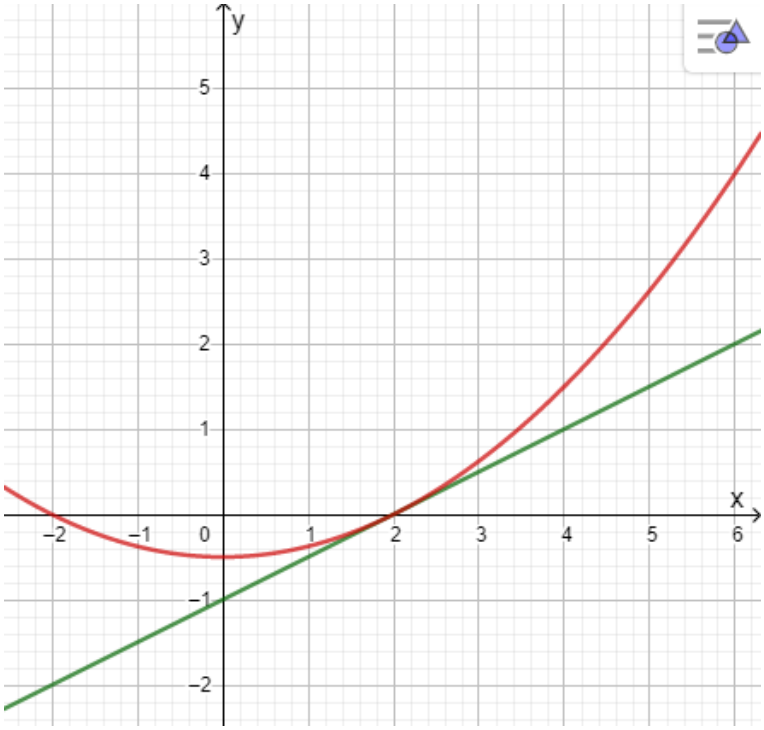
I $\quad \frac{1}{2}=4a+b$

II $\quad 0=4a+2b+c$

III $\quad -0,5=c$

$a=\frac{1}{8} \quad b=0 \quad c=-\frac{1}{2}$

Die Straße hat die Form $p(x)=\frac{1}{8}x^2-\frac{1}{2}$



Deutung von Integralfunktionen

Theorie:

Das Integral kennzeichnet die Fläche zwischen einer Funktion und der 1. Achse.

Die Wachstumsgeschwindigkeit eine Giraffenweibchens kann durch die Funktion $g(t)=-2,5t^3+22,5t^2-60t+90$ (t in Jahren) beschrieben werden.

Berechnen Sie den Wert des Terms $\frac{1}{3}\cdot\int_1^4 g(t)dt$. Deuten Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang.

Berechnung: $\frac{1}{3}\cdot\int_1^4 g(t)dt=\frac{1}{3}\left[\frac{5}{8}t^4+\frac{15}{2}t^3-30t^2+90t\right]_1^4=44,375$

Deutung:

Das Integral summiert jetzt alle Wachstumsgeschwindigkeiten in den Jahren 1 bis 4. Der Faktor $\frac{1}{3}$ bildet daraus den Mittelwert.

Das Giraffenweibchen wächst in den Jahren 1 bis 4 durchschnittlich 44,375 cm pro Jahr.