### 3.1.2. Exponentialfunktionen

DEF: Funktionen mit Gleichungen der Form y = f(x) = c · ax + d(a, x, c, d ∈ R; a > 0; a ≠ 1; c > 0) heißen EXPONENTIALFUNKTIONEN. Ihr Definitionsbereich ist die Menge R der reellen Zahlen.

Beispiele:



Eigenschaften der Funktionen f(x) = c · ax:

|  |  |
| --- | --- |
| Definitionsbereich:  Wertebereich:  Nullstellen:  Asymptote:  Gemeinsame Punkte:  Monotonie:  Verhalten im Unendlichen  Symmetrie: | x ∈ R  0 < y < ∞  keine  x – Achse (y = 0)  (0; c)  a > 1: monoton steigend  0 < a < 1: monoton fallend  a > 1: ,  0 < a < 1: ,  f(x) = ax und  sind zueinander spiegelsymmetrisch zur y-Achse |

Von besonderer Bedeutung ist die Exponentialfunktion f(x) = ex in der die eulersche Zahl e = 2,718 281 828 459 045 235 360 287 471 352 … als Basis auftritt.

Mit diesen Funktionen können Prozesse mit exponentiellem Wachstum oder exponentiellem Zerfall mathematisch beschrieben werden.

Beispiel:

Das Isotop Phosphor–32 hat eine Halbwertszeit von etwa 15 Tagen. Nach diesem Zeitraum sind also die Hälfte der Teilchen zerfallen.

Wie viel Gramm Phosphor sind von 900 g nach 10 Tagen noch übrig?

Von 900 g Phosphor–32 sind

nach 15 Tagen noch 900 g · 0,5 = 450 g

nach 30 Tagen noch 900 g · 0,52 = 225 g

…

übrig.

Will man den Zerfall nach 10 Tagen bestimmen, benötigt man den Zerfall für einen Tag. Dazu muss die Zahl 0,5 in 15 gleiche Faktoren zerlegt werden.



Damit erhält man für diesen Zerfall die Gleichung

.

Es sind also nach 10 Tagen noch  Phosphor–32 übrig.

Gleichungen von Exponentialfunktionen lassen sich aus zwei gegebenen Punkten aufstellen:

geg.: P (1; 0,8) ges.: f(x) = c · ax

Q (4; 12,5)

Lösung:

(1) Aufstellen eines Gleichungssystems durch einsetzen der Punkte in f(x)



(2) Dividieren der beiden Gleichungen und ermitteln von a



(3) Wert für a in eine der Gleichungen einsetzen und c ermitteln



(4) Angeben der Funktionsgleichung

