## 2.3. Extremalprobleme und Rekonstruktionen

### 2.3.1. Rekonstruktionen von Funktionen

Gesucht ist eine ganzrationale Funktion dritten Grades mit folgenden Eigenschaften:

* 0 und –3 sind Nullstellen der Funktion
* Der Punkt E (3; –6) ist relativer Tiefpunkt der Funktion

Eine ganzrationale Funktion dritten Grades hat die allgemeine Form . Es müssen also die Koeffizienten a, b, c und d bestimmt werden. Um vier Unbekannte eindeutig bestimmen zu können, benötigt man vier Gleichungen.

1. Bedingung: Der Punkt A (0; 0) liegt auf f.

I 

2. Bedingung: Der Punkt B (–3; 0) liegt auf f.

II 

3. Bedingung: Der Punkt E (3; –6) liegt auf f.

III 

4. Bedingung: Der Punkt E (3; –6) ist Tiefpunkt von f



IV 

Damit erhalten wir das folgende Gleichungssystem:



Wir lösen:



b einsetzen in II und IV





Damit ergibt sich mit einer der Gleichungen II bis IV  und f hat die Gleichung 

Es muss noch überprüft werden, ob die gefundene Funktion auch die hinreichende Bedingung für den Extremwert erfüllt.



Damit erfüllt die gefundene Funktion als einzige Lösung die vorgegebenen Bedingungen.