### 2.2.4. Hinreichende Kriterien für Extremstellen

***(1) Vorzeichenwechselkriterium***

******

Gegeben ist eine Funktion f(x). Daraus soll die Funktion f’(x) skizziert werden.

f(x)

f‘(x)

f(x)

* Die Extremwerte von f(x) sind die Nullstellen der Funktion f’(x).
* Hat die Funktion f(x) an einer Stelle x einen positiven Anstieg, so hat f’(x) an der Stelle x positive Funktionswerte.
* Hat die Funktion f(x) an einer Stelle x einen negativen Anstieg, so hat f’(x) an der Stelle x negative Funktionswerte.



An der Zeichnung erkennt man:

* Hat f(x) an einer Stelle x einen Hochpunkt, dann geht f’(x) an der Stelle x von positiven zu negativen Funktionswerten über ((+ / –) - Vorzeichenwechsel).

–

–

+

f’(x)

+

* Hat f(x) an einer Stelle x einen Tiefpunkt, dann geht f’(x) an der Stelle x von negativen zu positiven Funktionswerten über ((- / +) - Vorzeichenwechsel).

SATZ: (VORZEICHENWECHSELKRITERIUM)
Die Funktion f sei in einer Umgebung U der Stelle xe differenzierbar und es gilt f’(x) = 0.
Wenn f’ an der Stelle xe einen

**(+ / –)-Vorzeichenwechsel hat, dann liegt an der Stelle xe ein Hochpunkt**

**(– / +)-Vorzeichenwechsel hat, dann liegt an der Stelle xe ein Tiefpunkt**

**vor.**

***(2) Kriterium der 2. Ableitung***

f(x)

f’’(x)

f’(x)

+

+

–

–

Hochpunkt

Tiefpunkt

negative Funktionswerte

positive Funktionswerte

* Die Funktion f hat an der Stelle x einen Hochpunkt.
* Dann hat die Funktion f’(x) an der Stelle x eine Nullstelle und einen (+ / –) - Vorzeichenwechsel, also einen negativen Anstieg.
* Somit hat die Funktion f’’(x) an der Stelle x negative Funktionswerte.
* Die Funktion f hat an der Stelle x einen Tiefpunkt.
* Dann hat die Funktion f’(x) an der Stelle x eine Nullstelle und einen (– / +) - Vorzeichenwechsel, also einen positiven Anstieg.
* Somit hat die Funktion f’’(x) an der Stelle x positive Funktionswerte.

SATZ: (KRITERIUM DER 2. ABLEITUNG)
Die Funktion f sei an einer Stelle xe zweimal differenzierbar.
Wenn f’(xe) = 0 und zugleich  gelten, dann hat der Graph von f an der Stelle xe einen relativen .

Beispiel:

f(x) = x2 – 4x + 3

notwendiges Kriterium:

f’(x) = 2x –4

 0 = 2x – 4

 x = 2

hinreichendes Kriterium

f’’(x) = 2

f’’(2) = 2 > 0 🡪 Min.

Berechnung des Punktes:

f(2) = 22 – 4 · 2 + 3

f(2) = –1

TP (2; –1)