# 2. Differentialrechnung

## 2.1. Grenzwerte von Funktionen

### 2.1.1. Grenzwerte im Unendlichen

Gegeben ist die Funktion . Wir stellen eine Wertetabelle auf (Methode der Testeinsetzungen).

Die Funktion unterschreitet nie die Zahl 2. Man sagt: „2 ist eine untere Schranke.“

DEF: Ein Funktionswert f(xU) heißt UNTERE SCHRANKE der Funktion f(x), wenn für alle x ∈ Df gilt: f(xU) f(x).

Auch 0; –17; 1; 3; … sind untere Schranken dieser Funktion.

DEF: Eine Funktion heißt NACH UNTEN BESCHRÄNKT, wenn sie eine untere Schranke hat.

Die Begriffe „obere Schranke“ und „nach oben beschränkt“ werden analog definiert.

3 ist die größte aller unteren Schranken.

SATZ: Die größte untere Schranke (und die kleinste obere Schranke) von Funktionen sind die GRENZWERTE dieser Funktion.

3 ist also der Grenzwert von f und man schreibt: . Diesen Grenzwert kann man außer durch Einsetzen auch durch Termvereinfachung bestimmen:



In der graphischen Darstellung erkennt man, das sich die Funktion f(x) von oben an die horizontale Gerade y = 3 anschmiegt. Man bezeichnet diese Schmiegegerade auch als ASYMPTOTE von f.

Anmerkung:

Setzt man , so ergibt sich:

* 3 ist die kleinste obere Schranke von g.
* 3 ist Grenzwert von g: 
* y = 3 ist Asymptote von g.